

ESERCIZI SU PUNTI CRITICI PER FUNZIONI DI DUE VARIABILI (≥ 2005)

Per ciascuna delle seguenti funzioni, determinare e classificare i punti critici

Determinare e classificare i punti critici di

$$f(x,y) = 8x + 8x^2 - 8y - 16xy + 9y^2 - \frac{2}{3}y^3$$

$$\begin{cases} (f'_x =) & 8 + 16x - 16y = 0 \\ (f'_y =) & -8 - 16x + 18y - 2y^2 = 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 16x = 16y - 8 \\ -8 - 16y + 8 + 18y - 2y^2 = 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 16x = 16y - 8 \\ 2y - 2y^2 = 0 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} 16x = 16y - 8 \\ y = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \end{cases} \quad \text{da cui i punti } \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \text{ e } \left(\frac{1}{2}, 1\right). \quad \text{La matrice hessiana è}$$

$$H(x,y) = \begin{pmatrix} 16 & -16 \\ -16 & 18 - 4y \end{pmatrix} \text{ cosicch\'e } H\left(-\frac{1}{2}, 0\right) = \begin{pmatrix} 16 & -16 \\ -16 & 18 \end{pmatrix}, \quad H\left(\frac{1}{2}, 1\right) = \begin{pmatrix} 16 & -16 \\ -16 & 14 \end{pmatrix}.$$

Si conclude che $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ \u00e9 punto di minimo relativo per f ,

mentre $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ \u00e9 un punto di sella, perch\'e il determinante della matrice hessiana \u00e9 negativo.

1. $f(x,y) = 2x - y^2 + 10\ln(x^2 + y^2)$
2. $f(x,y) = x^2 - 2y - 10\ln(x^2 + y^2)$
3. $f(x,y) = 6x^2 + 2y^3 + 6y^2 - 3x^2y$
4. $f(x,y) = 6x^2 + 2x^3 + 6y^2 - 3xy^2$
5. $f(x,y) = -4x + 12y + 16y^2 - \frac{y^2}{x}$
6. $f(x,y) = 32x + 12y + 2y^2 + \frac{y^2}{8x}$
7. $f(x,y) = -x + 6y + 4y^2 - \frac{y^2}{x}$
8. $f(x,y) = -2x + 3y + y^2 - \frac{y^2}{8x}$
9. $f(x,y) = 8y^2 + (x^2 + 4x - 21)\ln y$
10. $f(x,y) = 8y^2 + (x^2 + 2x - 24)\ln y$
11. $f(x,y) = 8y^2 + (x^2 - 25)\ln y$
12. $f(x,y) = 8y^2 + (x^2 + 4x - 21)\ln y$
13. $f(x,y) = \frac{y^2}{x} - 2x^2 + 8\ln y \quad (\text{con } x \neq 0, y > 0)$
14. $f(x,y) = \frac{x^2}{y} - 2y^2 + 8\ln x \quad (\text{con } y \neq 0, x > 0)$
15. $f(x,y) = (8x^2 + 6x + y^2)e^{2x}$
16. $f(x,y) = (2x^2 + 3x + y^2)e^x$
17. $f(x,y) = (2x^2 - 3x + y^2)e^{-x}$

$$18. f(x,y) = (x^2 + 3y + 2y^2) e^y$$

$$19. f(x,y) = x^3 + 54y - 36xy + 27y^2$$

$$20. f(x,y) = -3x - 12y^2 + \ln(x + 4y)$$

$$21. f(x,y) = x + x^2 + y^2 - xy^2$$

$$22. f(x,y) = 27 - 18x + 3x^2 + 6xy + \frac{1}{8}y^3$$

$$23. f(x,y) = 27 + \frac{1}{8}x^3 + 3y^2 - 18y + 6xy$$

$$24. f(x,y) = x^2 + \frac{4}{y} + y + x^2y$$

$$25. f(x,y) = x^2 + \frac{8}{y} + 8y + 2x^2y$$

$$26. f(x,y) = \frac{1}{y} + y + 2x^2 + 4x^2y$$

$$27. f(x,y) = \frac{1}{x} + x + 2y^2 + 4xy^2$$

$$28. f(x,y) = 24x - 9x^2 - 24y + 16xy - 8y^2 + \frac{2}{3}x^3$$

$$29. f(x,y) = -8x - 9x^2 + 8y + 16xy - 8y^2 + \frac{2}{3}x^3$$

$$30. f(x,y) = 8x + 8x^2 - 8y - 16xy + 9y^2 - \frac{2}{3}y^3$$